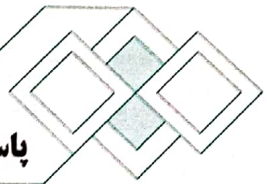


پاسخ پرسش های چهار گزینه ای



۱- گزینه ۱ جمله گزینه (۱) جمله ای پرسشی است، پس این جمله گزاره نیست. توجه کنید که سه جمله دیگر همگی خبری اند، بنابراین هر سه گزاره اند.

۲- گزینه ۱ جملات گزینه های (۲) و (۴) به ترتیب امری و عاطفی هستند، در نتیجه این دو گزاره نیستند. همچنین جمله گزینه (۳) در واقع یک گزاره نما است، در نتیجه این جمله نیز گزاره نیست. تنها جمله خبری جمله گزینه (۱) است، بنابراین فقط این جمله گزاره است.

۳- گزینه ۳ جمله گزینه (۱) امری است، در نتیجه این جمله گزاره نیست. جمله گزینه (۲) یک گزاره نما است در نتیجه این جمله نیز گزاره نیست. جمله گزینه (۳) جمله ای خبری است، در نتیجه این جمله گزاره است. جمله گزینه (۴) پرسشی است، در نتیجه این جمله گزاره نیست.

۴- گزینه ۳ گزینه (۱) نادرست است، زیرا حاصل ضرب هر دو عدد فرد عددی فرد است.

گزینه (۲) نادرست است، زیرا هندوستان یک کشور است. گزینه (۳) درست است، زیرا مجموع عددهای اول ۳ و ۷ برابر ۱۰ است. گزینه (۴) نادرست است؛ به عنوان مثال نقض، مجموع دو عدد اول ۲ و ۳ عددی فرد است.

۵- گزینه ۲ گزاره گزینه (۱) به وضوح درست است. گزاره گزینه (۲) نادرست است؛ به عنوان مثال نقض، معادله $x^2 + 1 = 0$ ریشه حقیقی ندارد. گزاره گزینه (۳) درست است، زیرا $2k = 1 + (2k - 1)$ ، پس هر عدد زوج مانند $2k$ مجموع دو عدد فرد 1 و $2k - 1$ است.

گزاره گزینه (۴) نیز درست است، زیرا از $3x + 2 = 7$ نتیجه می گیریم $x = \frac{5}{3}$ که عددی غیر صحیح است، پس معادله $3x + 2 = 7$ در مجموعه عددهای صحیح جواب ندارد.

۶- گزینه ۲ می دانیم جدول ارزش های n گزاره 2^n حالت دارد، بنابراین $2^5 = 32$ ، پس $n = 5$.

۷- گزینه ۳ اگر تعداد گزاره ها برابر n باشد، آن گاه $2^n = 64$ ، پس $n = 6$. در نتیجه تعداد حالت هایی که ارزش دقیقاً دوتا از گزاره ها درست است، برابر $\binom{6}{2} = 15$ است.

۸- گزینه ۴ روی تعداد گزاره های درست و نادرست حالت بندی می کنیم و پاسخ را به دست می آوریم.

۱ گزاره نادرست ۲ گزاره نادرست ۳ گزاره نادرست و ۱ گزاره درست ۲ گزاره درست و ۱ گزاره درست و ۱ گزاره نادرست

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 4 + 6 + 4 = 14$$

۹- گزینه ۳ در گزاره نماي گزینه (۱) فقط یک متغیر a وجود دارد، در نتیجه این گزاره نما یک متغیره است. در گزاره نماي گزینه (۲) نیز فقط یک متغیر A وجود دارد، در نتیجه این گزاره نما نیز یک متغیره است. گزاره نماي گزینه (۳) را می توانیم به صورت $abc = 360$ بنویسیم که سه متغیره است و گزاره نماي گزینه (۴) را می توانیم به صورت $3a + 2b = 10$ بنویسیم که دو متغیره است.

۱۰- گزینه ۲ فرض کنید A مجموعه عددهای زوج در D و B مجموعه عددهای مضرب 7 در D باشد. در این صورت مجموعه جواب گزاره نماي داده شده برابر $A \cup B$ است. اکنون توجه کنید که

مضارب ۱۴ مضارب ۷ مضارب ۲

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 4 - 2 = 17$$

۱۱- گزینه ۴ گزاره نماي اول به ازای $x = 0, 1, 2$ به گزاره ای درست تبدیل می شود و گزاره نماي دوم به ازای $x = 0, 1, 3, 4$ به گزاره ای درست تبدیل می شود، بنابراین به ازای $x = 2, 3, 4$ فقط یکی از دو گزاره نما به گزاره ای با ارزش درست تبدیل می شود.

۱۲- گزینه ۱ مجموعه جواب گزاره نماي داده شده برابر است با $\{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18\}$

که ۱۰ عضو دارد.

۱۳- گزینه ۴ فضای نمونه ای آزمایش پرتاب یک تاس برابر $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. اگر احتمال پیشامد A برابر $\frac{1}{3}$ باشد، آن گاه

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{3} \Rightarrow n(A) = \frac{1}{3} n(S) = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

بنابراین اگر پیشامد A دو عضوی باشد، گزاره نماي داده شده به گزاره ای درست تبدیل می شود. در نتیجه تعداد پیشامدهایی مانند A که گزاره نماي داده شده به گزاره ای نادرست تبدیل می شود برابر است با

پیشامدهای دو عضوی کل پیشامدها

$$2^6 - \binom{6}{2} = 64 - 15 = 49$$

۱۴- گزینه ۱ توجه کنید که مجموعه جواب گزاره نماي داده شده برابر است با $\{(1, 5), (3, 4), (5, 3)\}$

۱۵- گزینه ۴ اگر $ab(a+1) = 0$ ، آن گاه ممکن است a برابر -1 باشد، بنابراین نمی توان نتیجه گرفت که a یا b برابر صفر است.

۱۶- گزینه ۴ چون ماه مهر ۳۰ روز دارد و تهران پایتخت ایران است، پس هر دو گزاره p و q درست اند. اکنون از اینکه p درست و q نادرست است نتیجه می گیریم که گزاره $p \wedge \sim q$ نادرست است و از اینکه $\sim p$ و q نادرست اند، نتیجه می گیریم $\sim p \vee q$ نیز نادرست است.

۱۷- گزینه ۲

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \vee (p \wedge \sim q)$	$\sim p$	$p \vee q$	$\sim p \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	د	د	د	د

۱۸- گزینه ۳ می دانیم ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ فقط وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد. در بین چهار گزاره داده شده فقط گزاره گزینه (۳) این ویژگی را دارد. در واقع « $1 = 1$ » گزاره ای درست و « $2 = 1$ » گزاره ای نادرست است.



۳۰- گزینه ۲ چون $\neg r$ درست است، پس r نادرست است. چون r نادرست و $q \vee r$ درست است، پس q درست است. پس q نادرست است. چون q نادرست و $p \Rightarrow q$ درست است، پس p نادرست است. در نتیجه در بین گزاره‌های داده شده $p \vee q$ و $q \cdot p$ نادرست‌اند و $\neg p$ درست است.

۳۱- گزینه ۳ چون $p \wedge s$ درست است، پس هر دو گزاره p و s درست‌اند. چون p و $p \Rightarrow q$ درست‌اند، پس q نیز درست است. چون q و $q \Rightarrow r$ درست‌اند، پس r نیز درست است. در نتیجه گزاره‌های $r \wedge q$ ، $r \wedge s$ و $s \Rightarrow q$ همگی درست‌اند. ولی در گزاره شرطی $q \Rightarrow \neg r$ ، مقدم (r) درست و تالی ($\neg r$) نادرست است، در نتیجه این گزاره شرطی نادرست است.

۳۲- گزینه ۳ چون گزاره شرطی $(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow (q \vee r)$ نادرست است، پس مقدم این ترکیب شرطی (یعنی $p \Leftrightarrow \neg q$) درست و تالی آن (یعنی $q \vee r$) نادرست است.

چون $q \vee r$ نادرست است، پس هر دو گزاره q و r نادرست‌اند. چون q نادرست است، پس $\neg q$ درست است.

چون $\neg q$ و $p \Leftrightarrow \neg q$ درست‌اند، پس p نیز درست است. نتیجه می‌گیریم گزاره‌های $p \wedge r$ ، $p \wedge q$ و $\neg p \wedge r$ نادرست‌اند و گزاره $p \wedge \neg q$ درست است.

۳۳- گزینه ۳

۳۴- گزینه ۳ از گزاره اول نتیجه می‌گیریم عدد رو شده برابر ۲، ۳ یا ۵ است. اکنون از این گزاره و گزاره دوم نتیجه می‌گیریم عدد رو شده برابر ۲ یا ۳ است. همچنین از گزاره سوم نتیجه می‌گیریم عدد رو شده برابر ۲ نمی‌تواند باشد (زیرا ۲ عددی زوج است ولی از ۳ بزرگ‌تر نیست). بنابراین عدد رو شده برابر ۳ است.

۳۵- گزینه ۱ از گزاره دوم نتیجه می‌گیریم خشایار بعد از آرمین و دانا بعد از خشایار در صف قرار می‌گیرند. همچنین از گزاره اول نتیجه می‌گیریم آرمین جلوی صف قرار ندارد، بنابراین محسن باید جلوی صف قرار گیرد. پس آرمین نفر دوم صف است.

جلوی صف
محسن
آرمین
خشایار
دانا

۳۶- گزینه ۱ اگر آرش شاگرد اول شده باشد، از درستی گزاره اول نتیجه می‌گیریم ماشین خریداری شده است و از درستی گزاره دوم نتیجه می‌گیریم ماشین نخریده است. بنابراین به تناقض می‌رسیم، پس آرش شاگرد اول نشده است. همچنین توجه کنید که شاگرد اول نشدن آرش برای درست بودن دو گزاره داده شده کافی است، پس در مورد دانشگاه رفتن او و ماشین خریدنش هیچ نظر قطعی نمی‌توان داد.

۳۷- گزینه ۲ دو حالت در نظر می‌گیریم. حالت اول امروز باران بیارد. از درستی گزاره اول و از اینکه امروز باران می‌بارد نتیجه می‌گیریم امروز روزنامه چاپ نمی‌شود. حالت دوم امروز باران نیارد. از درستی گزاره دوم و از اینکه امروز باران نمی‌بارد نتیجه می‌گیریم امروز روزنامه چاپ نمی‌شود. پس در هر دو حالت امروز روزنامه چاپ نمی‌شود.

۳۸- گزینه ۳ می‌دانیم که اگر در یک گزاره شرطی ارزش مقدم نادرست باشد، گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است. در بین چهار گزاره داده شده فقط گزاره سوم این ویژگی را دارد، زیرا ارزش مقدم این گزاره، یعنی $\neg p$ عددی فرد است» نادرست است.

توجه کنید که

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow (p \wedge q)$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

۳۹- گزینه ۲ می‌دانیم ارزش ترکیب دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ وقتی نادرست است که یکی از p و q درست و دیگری نادرست باشد. در بین چهار ترکیب دو شرطی داده شده فقط گزینه (۲) این ویژگی را دارد، زیرا « $3 > 5$ » گزاره‌ای نادرست و « $2 = 2$ » گزاره‌ای درست است.

۴۰- گزینه ۴ چون به ازای $x=1$ ، $x^2 - 1 = 0$ ، پس گزاره‌ای درست است و چون بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک عددهای ۳۵ و ۲۱ برابر ۷ است، پس نیز گزاره‌ای درست است.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Leftrightarrow q$	$\neg p \Rightarrow q$	$\neg p \Rightarrow \neg q$	$\neg p \vee \neg q$
د	د	ن	ن	د	د	د	ن

۴۱- گزینه ۴ سه گزینه اول قضیه‌های معروف دو شرطی در هندسه هستند، بنابراین ارزش این سه گزاره درست است. در مورد گزاره گزینه چهارم می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلثی هم‌مس‌اند و نه فقط در مثلث‌های متساوی‌الساقین! در نتیجه این گزاره نادرست است.

۴۲- گزینه ۳

p	q	r	$q \vee r$	$p \Leftrightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د

۴۳- گزینه ۱ عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ »، ترکیب شرطی « $q \Rightarrow p$ » است.

۴۴- گزینه ۳ عکس نقیض ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ »، ترکیب شرطی « $\neg p \Rightarrow \neg q$ » است.

۴۵- گزینه ۳ طبق قانون دمورگان نقیض گزاره « p و « q » هم‌ارز گزاره « $\neg p$ یا « $\neg q$ » است.

۴۶- گزینه ۳ می‌دانیم $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$. در نتیجه
 $\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\neg p \vee q) \equiv (\sim \neg p) \wedge \sim q$
 $\equiv p \wedge \sim q$

بنابراین اگر p گزاره « $a > 2$ » و q گزاره « $b > 1$ » باشد، $\neg q$ گزاره « $b \leq 1$ » است، پس $p \wedge \neg q$ گزاره « $a > 2$ و « $b \leq 1$ » است.

۴۷- گزینه ۴ چون گزاره‌های p و $p \Rightarrow q$ درست‌اند، پس q نیز درست است. بنابراین گزاره‌های $p \vee q$ ، $p \wedge q$ و $p \vee \neg q$ درست و گزاره $p \wedge \neg q$ نادرست است.

گزینه (۴) گزاره داده شده $\sim r$ است. اگر ارزش گزاره‌های p و q را همانند جدول زیر باشد، در این صورت گزاره‌های $(\sim q \vee r)$ و $\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r)$ به انتهای مقدم درست‌اند ولی گزاره $\sim r$ نادرست است.

p	q	r
د	ن	د

گزینه ۳

چهار حالت برای راستگو و دروغگو بودن تمام و جری وجود دارد. در هر حالت ارزش راست یا دروغ بودن جمله گفته شده توسط نام را تعیین می‌کنیم.

نام	جری	حداقل یکی از نام و جری دروغگو است
راستگو	راستگو	دروغ
راستگو	دروغگو	راست
دروغگو	راستگو	راست
دروغگو	دروغگو	راست

توجه کنید در حالت اول نام راستگو است و جمله‌ای دروغ به زبان آورده و در حالت‌های سوم و چهارم دروغگو است و جمله‌ای راست به زبان آورده است. پس تنها حالت قابل قبول حالت دوم این جدول است.

گزینه ۴

چهار حالت برای راستگو و دروغگو بودن تمام و جری وجود دارد. در هر حالت پاسخ تام و جری را به سؤال پرسیده شده به دست می‌آوریم. از این جدول نتیجه می‌گیریم گزینه (۴) درست است و بقیه گزینه‌ها درست نیستند.

نام	جری	پاسخ تام	پاسخ جری
راستگو	راستگو	بله	بله
راستگو	دروغگو	بله	خیر
دروغگو	راستگو	خیر	بله
دروغگو	دروغگو	بله	بله

گزینه ۳ راه حل اول

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$	$p \vee r$
د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	د
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د	ن

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید در حالت‌های اول، سوم، پنجم و هفتم از جدول فوق هر دو گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ و $p \vee r$ درست‌اند. در این حالت‌ها از بین چهار گزاره داده شده در گزینه‌ها فقط گزاره r در همه حالت‌ها درست است. بنابراین از درستی دو گزاره داده شده، درستی گزاره r نتیجه می‌شود. راه حل دوم از درستی گزاره $p \vee r$ نتیجه می‌گیریم حداقل یکی از p و r درست است. پس اگر P نادرست باشد، آنگاه r درست است. همچنین اگر گزاره p درست باشد، گزاره $p \vee q$ نیز درست است. بنابراین از درستی $(p \vee q) \Rightarrow r$ نتیجه می‌گیریم r درست است. پس در هر صورت گزاره r باید درست باشد.

گزینه ۱ فرض کنید p گزاره «آرش دانشجوی برق است»، q گزاره «حمید دانشجوی مکانیک است» و r گزاره «کامران دانشجوی صنایع است» باشد. طبق فرض گزاره‌های $p \vee q$ و $\sim q$ درست‌اند. دو حالت در نظر می‌گیریم. حالت اول q نادرست باشد. از اینکه q نادرست و $p \vee q$ درست است نتیجه می‌گیریم p درست است.

حالت دوم q درست باشد. در این صورت $\sim q$ نادرست است. از اینکه $\sim q$ نادرست و $\sim q \vee r$ درست است نتیجه می‌گیریم r درست است. بنابراین حداقل یکی از گزاره‌های p و r درست است، پس گزاره $p \vee r$ قطعاً درست است.

گزینه ۳ از درستی دو گزاره شرطی داده شده نتیجه می‌گیریم «اگر سینا به منطقی علاقه داشته باشد، ثروتمند است». چون هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است، پس «اگر سینا ثروتمند نباشد، به منطقی علاقه ندارد».

گزینه ۴ فرض کنید p گزاره «پلیس قاتل را دستگیر کند»، q گزاره «قاتل اعدام شود» و r گزاره «قاتل اثری از خود بر جای گذاشته باشد» باشد. طبق فرض گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $r \Rightarrow p$ درست‌اند. اکنون گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم.

گزینه (۱) چون $r \Rightarrow p$ و $p \Rightarrow q$ درست‌اند، پس $r \Rightarrow q$ نیز درست است (زیرا از درستی r ، درستی p و از درستی p ، درستی q نتیجه می‌شود، بنابراین از درستی r ، درستی q نتیجه می‌شود، یعنی گزاره $r \Rightarrow q$ درست است).

گزینه (۲) چون $p \Rightarrow q$ درست است، پس عکس نقیض آن (که هم‌ارز با آن است) نیز درست است، پس $\sim q \Rightarrow \sim p$ نیز درست است.

گزینه (۳) چون $r \Rightarrow p$ درست است، پس عکس نقیض آن یعنی $\sim p \Rightarrow \sim r$ نیز درست است.

گزینه (۴) از درستی $p \Rightarrow q$ و $r \Rightarrow p$ الزاماً درستی $q \Rightarrow r$ نتیجه نمی‌شود. مثلاً اگر گزاره‌های p و q درست و گزاره r نادرست باشد، آن‌گاه گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $r \Rightarrow p$ درست‌اند ولی گزاره $q \Rightarrow r$ نادرست است.

گزینه ۱ فرض کنید p گزاره «مینا دانش‌آموز خوبی است»، q گزاره «مینا باهوش است» و r گزاره «مینا تنبل است» باشد. طبق فرض گزاره‌های $\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r)$ و $q \Rightarrow \sim r$ درست‌اند. نشان می‌دهیم گزاره گزینه (۱) درست است ولی بقیه گزاره‌ها ممکن است نادرست باشند.

گزینه (۱) گزاره داده شده $q \Rightarrow p$ است. نشان می‌دهیم این گزاره درست است. اگر $q \Rightarrow p$ نادرست باشد، آن‌گاه q درست و p نادرست است. اکنون از اینکه q و $q \Rightarrow \sim r$ درست‌اند، نتیجه می‌گیریم $\sim r$ درست است، پس r نادرست است. در نتیجه

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \vee r$	$\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r)$
ن	د	ن	د	ن	ن	ن

پس $\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r)$ گزاره‌ای نادرست است که این خلاف فرض است. از تناقض حاصل نتیجه می‌گیریم گزاره $q \Rightarrow p$ درست است.

گزینه (۲) گزاره داده شده $r \Rightarrow \sim p$ است. اگر ارزش گزاره‌های p ، q و r همانند جدول بعد باشد، در این صورت گزاره‌های $\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r)$ و $q \Rightarrow \sim r$ به انتهای مقدم درست‌اند ولی گزاره $r \Rightarrow \sim p$ نادرست است.

p	q	r
د	ن	د

گزینه (۳) گزاره داده شده $p \Rightarrow q$ است. اگر ارزش گزاره‌های p ، q و r همانند جدول زیر باشد، در این صورت گزاره‌های $\sim p \Rightarrow (\sim q \vee r)$ و $q \Rightarrow \sim r$ به انتهای مقدم درست‌اند ولی گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست است.

p	q	r
د	ن	د



۴۵- گزینه ۱ راه حل اول

p	q	r	$p \wedge r$	$q \vee (p \wedge r)$	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	ن	ن	د

همان گونه که ملاحظه می کنید فقط در حالت های هفتم و هشتم از جدول فوق گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست و گزاره $q \vee (p \wedge r)$ نادرست است. در این حالت ها از بین چهار گزاره داده شده در گزینه ها فقط $\sim p$ درست است. بنابراین از درستی $p \Rightarrow (q \vee r)$ و نادرستی $q \vee (p \wedge r)$ درستی $\sim p$ نتیجه می شود. راه حل دوم از نادرستی $q \vee (p \wedge r)$ نتیجه می گیریم q نادرست است و $p \wedge r$ نیز نادرست است. پس حداقل یکی از p و r نادرست است.

اگر p نادرست باشد، آن گاه $\sim p$ درست است. اگر r نادرست باشد، آن گاه چون q نیز نادرست است، پس $q \vee r$ نیز نادرست است و چون $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست است، پس p نیز نادرست است. بنابراین $\sim p$ درست است. بنابراین $\sim p$ در هر حالت درست است.

۴۶- گزینه ۴ بیانگر ویژگی جابه جایی رابط « \wedge » و گزینه (۳) بیانگر ویژگی شرکت پذیری رابط « \vee » است. در نتیجه این دو گزاره درست اند. گزینه (۱) را نیز می دانیم درست است. اما در مورد گزینه (۴)، مثلاً اگر p و q درست و r نادرست باشد، ارزش گزاره $p \vee (q \wedge r)$ درست و ارزش گزاره $(p \vee q) \wedge r$ نادرست است. در نتیجه این دو گزاره هم ارز نیستند.

۴۷- گزینه ۴ بیانگر قانون جذب است. پس این گزینه درست است. گزینه (۲) نیز درست است، زیرا

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv \sim(\sim p) \wedge \sim q \equiv p \wedge \sim q$$

گزینه (۳) را نیز می دانیم که درست است. ولی در مورد گزینه (۴) می دانیم که $p \vee T \equiv T$ ، در نتیجه این گزینه درست نیست.

۴۸- گزینه ۱ فرض کنید $s \equiv p \wedge q$. در این صورت

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge q \wedge \sim r) \equiv s \vee (s \wedge \sim r) \equiv s \equiv p \wedge q$$

۴۹- گزینه ۲ بیانگر قانون دموگان است. پس این گزینه درست است. گزینه (۲) درست نیست. در واقع $p \Rightarrow q$ با $\sim p \vee q$ هم ارز است و نه با $p \vee \sim q$. به عنوان مثال نقض اگر p درست و q نادرست باشد، $p \Rightarrow q$ نادرست و $p \vee \sim q$ درست است. پس این دو گزاره هم ارز نیستند. گزینه های (۳) و (۴) را نیز می دانیم که درست اند.

۵۰- گزینه ۲ گزینه ها را یکی یکی بررسی می کنیم.

- گزینه (۱) $p \wedge (p \vee F) \equiv p \wedge p \equiv p$
- گزینه (۲) $p \wedge (p \vee T) \equiv p \wedge T \equiv p$
- گزینه (۳) $p \vee (p \wedge F) \equiv p \vee F \equiv p$
- گزینه (۴) $p \vee (p \wedge T) \equiv p \vee p \equiv p$

پس گزینه (۲) درست نیست.

۵۱- گزینه ۲

- گزینه (۱) گزینه ها را یکی یکی بررسی می کنیم.
 $p \wedge (q \vee \sim q) \equiv p \wedge T \equiv p$
- گزینه (۲) $p \vee (q \vee \sim q) \equiv p \vee T \equiv T$
- گزینه (۳) $p \vee (q \wedge \sim q) \equiv p \vee F \equiv p$
- گزینه (۴) $p \wedge (q \wedge \sim q) \equiv p \wedge F \equiv F$

پس فقط هم ارزی گزینه (۲) درست نیست.

۵۲- گزینه ۱

می دانیم هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است. اکنون توجه کنید که

$$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim r \wedge \sim s) \equiv \sim(\sim r \wedge \sim s) \Rightarrow \sim(p \wedge q) \\ \equiv (\sim(\sim r) \vee \sim(\sim s)) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q) \quad (\text{دمورگان}) \\ \equiv (r \vee s) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

۵۳- گزینه ۱

توجه کنید که

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv p \wedge (q \vee \sim q) \\ \equiv p \wedge T \equiv p$$

۵۴- گزینه ۳

طبق قانون دموگان $\sim(p \wedge q)$ با $\sim p \vee \sim q$ هم ارز است و نه با $\sim p \wedge \sim q$. بنابراین گزینه (۱) درست نیست.

می دانیم $p \Leftrightarrow p$ گزاره ای همواره درست است. بنابراین گزینه (۲) نیز درست نیست.

p	$p \Leftrightarrow p$
د	د
ن	د

گزینه (۳) درست است، زیرا

$$\sim p \Rightarrow p \equiv \sim(\sim p) \vee p \equiv p \vee p \equiv p$$

گزینه (۴) درست نیست، زیرا می دانیم $p \Rightarrow p$ گزاره ای همواره درست است.

p	$p \Rightarrow p$
د	د
ن	د

گزینه (۱) درست است، زیرا

$$p \Rightarrow F \equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$$

گزینه (۲) درست نیست، زیرا می دانیم $p \Rightarrow p$ گزاره ای همواره درست است. در واقع

$$p \Rightarrow p \equiv \sim p \vee p \equiv T$$

گزینه (۳) بیانگر قانون جذب است. پس این گزینه درست است.

گزینه (۴) را نیز می دانیم که درست است.

گزینه (۱) درست نیست، زیرا

$$p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee \sim p \equiv \sim p$$

گزینه (۲) نیز درست نیست، زیرا

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv (p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q) \\ \equiv F \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge q$$

گزینه (۳) درست است، زیرا

$$p \wedge (p \Rightarrow F) \equiv p \wedge (\sim p \vee F) \equiv p \wedge \sim p \equiv F$$

گزینه (۴) درست نیست، زیرا

$$p \vee (T \Rightarrow p) \equiv p \vee (\sim T \vee p) \equiv p \vee (F \vee p) \equiv p \vee p \equiv p$$

۵۷- گزینه ۱

گزینه (۱) درست نیست، زیرا

$$p \Rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$$

به عنوان مثال نقضی از این گزینه، اگر p و q درست باشند، آن گاه $p \Rightarrow \sim q$ نادرست و $p \vee \sim q$ درست است.

گزینه (۲) را می دانیم درست است.

در گزینه (۳) گزاره $\sim q \Rightarrow p$ عکس نقیض گزاره $\sim p \Rightarrow q$ است، پس این دو گزاره هم ارزند.

در گزینه (۴) نیز گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ است. پس

این دو گزاره نیز هم ارزند.



گزینه (۴)

$$\sim p \wedge (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \\ \equiv F \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p \wedge q$$

پس در بین چهار گزاره داده شده فقط گزاره گزینه (۲) همواره نادرست است.
راه حل اول گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

گزینه (۲)

$$(p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \vee q) \vee p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee p \\ \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim q \vee p) \\ \equiv T \wedge (\sim q \vee p) \equiv \sim q \vee p$$

گزینه (۲)

$$(p \wedge q) \Rightarrow p \equiv \sim (p \wedge q) \vee p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee p \\ \equiv (\sim q \vee \sim p) \vee p \quad (\text{جابه‌جایی}) \\ \equiv \sim q \vee (\sim p \vee p) \quad (\text{شرکت پذیری}) \\ \equiv \sim q \vee T \equiv T$$

گزینه (۳)

$$p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \\ \equiv T \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q$$

گزینه (۴)

$$p \Rightarrow (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee (\sim p \vee q) \equiv (\sim p \vee \sim p) \vee q \\ \equiv \sim p \vee q$$

پس در بین چهار گزاره داده شده فقط گزاره گزینه (۲) همواره درست است.
راه حل دوم برای هر یک از گزاره‌های گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) می‌توانیم حالتی از گزاره‌های p و q را مثال بزنیم که گزاره داده شده نادرست باشد.

در گزینه (۱) اگر p نادرست و q درست باشد، گزاره $(p \vee q) \Rightarrow p$ نادرست است.
در گزینه (۳) اگر p درست و q نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست است.
در گزینه (۴) اگر p درست و q نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow (\sim p \vee q)$ نادرست است.

گزینه (۳)

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) بیانگر ویژگی شرکت‌پذیری روابط « \vee »، « \wedge » و « \Leftrightarrow » هستند که می‌دانیم درست‌اند. البته درستی گزینه (۴) را به کمک جدول نشان می‌دهیم.

p	q	r	$q \Leftrightarrow r$	$p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	د	ن

برای اثبات نادرست بودن گزینه (۳) نیز مثال نقض می‌آوریم.

p	q	r	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
ن	ن	ن	د	د	د	ن

گزینه (۱)

$$p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee (p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee (\sim p \vee q) \\ \equiv (\sim p \vee \sim p) \vee q \quad (\text{شرکت پذیری}) \\ \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

گزینه ۱

گزینه (۱) درست نیست، زیرا طبق قانون جذب، گزاره $p \vee (p \wedge q)$ با p هم‌ارز است و نه q. گزینه (۲) درست است، زیرا $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv (p \vee \sim p) \wedge (p \vee q) \\ \equiv T \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$

گزاره $F \Rightarrow p$ به انتقای مقدم درست است، پس گزینه (۳) درست است.
گزینه (۴) را نیز می‌دانیم که درست است. در واقع

p	$p \Leftrightarrow p$
د	د
ن	د

گزینه ۳

می‌دانیم $p \wedge \sim p \equiv F$ ، $p \vee \sim p \equiv T$ و $p \wedge p \equiv p$. همچنین $p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee \sim p \equiv \sim p$

پس در بین چهار گزاره داده شده فقط گزاره $p \vee \sim p$ همواره درست است.

گزینه ۲

راه حل اول گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.
گزینه (۱)

$$p \wedge (\sim p \wedge q) \equiv (p \wedge \sim p) \wedge q \\ \equiv F \wedge q \equiv F$$

گزینه (۲)

$$\sim p \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \\ \equiv T \vee q \equiv T$$

گزینه (۳)

$$\sim p \wedge (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \\ \equiv F \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p \wedge q$$

گزینه (۴)

$$\sim p \vee (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \\ \equiv T \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q$$

پس در بین چهار گزاره داده شده فقط گزاره گزینه (۲) همواره درست است.
راه حل دوم به سادگی می‌توان برای هر یک از گزاره‌های گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) حالتی از گزاره‌های p و q را مثال زد که گزاره داده شده نادرست باشد.
در گزینه (۱) اگر p نادرست باشد، گزاره $p \wedge (\sim p \wedge q)$ نیز نادرست است.
در گزینه (۳) اگر p درست باشد، گزاره $\sim p \wedge (p \vee q)$ نادرست است.
در گزینه (۴) اگر p درست و q نادرست باشد، گزاره $\sim p \vee (p \wedge q)$ نادرست است.
بنابراین هیچ‌یک از این سه گزاره همواره درست نیست.

گزینه ۱

فرض کنید $r \equiv p \wedge q$ ، در این صورت

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \vee \sim q) \equiv (p \wedge q) \vee \sim (p \wedge q) \\ \equiv r \vee \sim r \equiv T$$

گزینه ۲

$$\text{گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.} \\ \sim p \Rightarrow p \equiv \sim (\sim p) \vee p \equiv p \vee p \equiv p$$

البته برای این گزاره به سادگی می‌توانیم جدول ارزش را تشکیل دهیم و ملاحظه کنیم که همواره نادرست نیست.

p	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow p$
د	ن	د
ن	د	ن

گزینه (۲)

p	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow p$
د	ن	ن
ن	د	ن

گزینه (۳)

$$\sim p \vee (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q) \\ \equiv T \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q$$



گزینه ۷۶ - ۱

گزاره گزینه (۲) درست است، زیرا مثلاً اگر $x=2$ ، آن گاه x عددی طبیعی است و $x^2+1=5$ عددی اول است.

گزینه ۷۷ - ۲

گزاره گزینه (۴) بیانگر این مطلب است که «عدد اول وجود دارد که بر ۹ بخش پذیر است» و می دانیم این گزاره درست نیست. سه گزاره دیگر درست اند، زیرا ۵، ۷ و ۳ عددهایی اول هستند که به ترتیب بر ۵، ۳ و ۷ بخش پذیرند.

گزینه ۷۸ - ۴

گزاره p نادرست است، زیرا ۲ عددی زوج است که مرکب نیست و q گزاره ای درست است، زیرا ۲ عددی صحیح است که در معادله $x^2+x=6$ صدق می کند. در نتیجه گزاره $p \wedge q$ درست است.

گزینه ۷۹ - ۲

درستی گزاره گزینه (۲) هم ارز با این است که ۶ عضو D باشد. چون D ۶، پس گزینه (۲) نادرست است.

گزینه ۸۰ - ۲

عدد $n=2$ مثال نقضی برای گزاره گزینه (۲) است. در واقع 2^2 مضرب ۴ است ولی ۲ مضرب ۴ نیست.

گزینه ۸۱ - ۲

گزاره گزینه (۲) بیانگر این مطلب است که «حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی عددی زوج است» که می دانیم گزاره ای درست است.

گزینه ۸۲ - ۳

گزاره گزینه (۳) درست است، زیرا $n=2$ عددی طبیعی است که به ازای آن $2^n-1=3$ عددی اول است.

گزینه ۸۳ - ۲

گزاره گزینه (۲) بیانگر این مطلب است که «مجموع هر دو عدد فرد عددی فرد است» که می دانیم این گزاره نادرست است.

گزینه ۸۴ - ۲

در معادله $x^2-x+2=0$ ، $\Delta=(-1)^2-4 \times 2 < 0$ ، پس این معادله ریشه حقیقی ندارد، در نتیجه گزاره گزینه (۴) نادرست است.

گزینه ۸۵ - ۴

به ازای $x=0$ رابطه $\frac{x^2+x}{x}=x+1$ برقرار نیست، زیرا عبارت $\frac{x^2+x}{x}$ به ازای $x=0$ تعریف نشده است. به طور مشابه به ازای $x=\frac{\pi}{2}$ رابطه $\tan x \cos x = \sin x$ برقرار نیست، زیرا به ازای $x=\frac{\pi}{2}$ $\tan x$ معنی ندارد. همچنین به ازای $x=\frac{1}{2}$ رابطه $[-x]=-[x]$ برقرار نیست. پس گزینه های (۱)، (۲) و (۳) درست نیستند.

گزینه ۸۶ - ۴

می دانیم به ازای هر عدد حقیقی مثبت مانند x ، $x+\frac{1}{x} \geq 2$ و به ازای هر عدد حقیقی منفی مانند x ، $x+\frac{1}{x} \leq -2$ ، بنابراین گزینه های (۱) و (۲) درست اند. همچنین گزینه (۴) نیز درست است، زیرا اگر $x \in (1, +\infty)$ ، آن گاه $x > 1$ ، پس $x^2-x > 0 \Rightarrow x^2 > x$

گزینه ۸۷ - ۳

در ضمن گزینه (۳) درست نیست. به عنوان مثال نقض برای این گزاره می توانیم $x=-2$ را در نظر بگیریم. در واقع $-2 \in (-\infty, -1)$ ولی به ازای $x=-2$ رابطه $x^2 < -x$ برقرار نیست.

گزینه ۸۸ - ۳

گزینه (۱) درست است، زیرا مربع هر عدد صحیح، عددی صحیح است. گزینه (۲) درست است، زیرا به ازای عدد صحیح $x=2$ ، $\frac{1}{x}$ عددی صحیح نیست. گزینه (۳) درست نیست، زیرا به ازای عدد صحیح $x=8$ ، \sqrt{x} عددی صحیح است. گزینه (۴) درست است، زیرا به ازای عدد صحیح $x=4$ ، \sqrt{x} عددی صحیح است.

گزینه ۷۶ - ۲

توجه کنید که
 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow q \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee q$
 $\equiv (\sim(\sim p) \wedge \sim q) \vee q$ (دمورگان)
 $\equiv (p \wedge \sim q) \vee q$
 $\equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)$ (توزیع پذیری)
 $\equiv (p \vee q) \wedge T \equiv p \vee q$

گزینه ۶۷ - ۴

توجه کنید که
 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim q \vee p) \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee (\sim q \vee p)$ (دمورگان)
 $\equiv (\sim(\sim p) \wedge \sim q) \vee (\sim q \vee p)$ (شرکت پذیری)
 $\equiv ((p \wedge \sim q) \vee \sim q) \vee p$ (قانون جذب)
 $\equiv \sim q \vee p$
 $\equiv q \Rightarrow p$

گزینه ۶۸ - ۲

توجه کنید که
 $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q \equiv ((\sim p \vee q) \Rightarrow q) \Rightarrow q \equiv \sim(\sim(\sim p \vee q) \vee q) \vee q$ (دمورگان)
 $\equiv (\sim(\sim(\sim p) \wedge \sim q) \vee q) \Rightarrow q$
 $\equiv ((p \wedge \sim q) \vee q) \Rightarrow q$ (توزیع پذیری)
 $\equiv ((p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)) \Rightarrow q$
 $\equiv ((p \vee q) \wedge T) \Rightarrow q \equiv (p \vee q) \Rightarrow q$ (دمورگان)
 $\equiv \sim(p \vee q) \vee q \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee q$ (توزیع پذیری)
 $\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)$
 $\equiv (\sim p \vee q) \wedge T \equiv \sim p \vee q$

گزینه ۶۹ - ۱

توجه کنید که
 $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r) \equiv (\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee r)$ (جابه جایی و شرکت پذیری)
 $\equiv (\sim p \vee \sim p) \vee (q \vee r)$
 $\equiv \sim p \vee (q \vee r) \equiv p \Rightarrow (q \vee r)$

گزینه ۷۰ - ۱

توجه کنید که
 $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)$ (فاکتورگیری (عکس توزیع پذیری))
 $\equiv \sim p \vee (q \wedge r)$
 $\equiv p \Rightarrow (q \wedge r)$

گزینه ۷۱ - ۲

توجه کنید که
 $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$ (فاکتورگیری (عکس توزیع پذیری))
 $\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$ (دمورگان)
 $\equiv \sim(p \vee q) \vee r$
 $\equiv (p \vee q) \Rightarrow r$

گزینه ۷۲ - ۲

توجه کنید که
 $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv \sim(p \wedge q) \vee r \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r$ (دمورگان)
 $\equiv \sim p \vee (\sim q \vee r)$ (شرکت پذیری)
 $\equiv \sim p \vee (q \Rightarrow r)$

گزینه ۷۳ - ۱

توجه کنید که
گزینه (۲) نمایش گزاره «عدد اول وجود دارد که فرد است» است.
گزینه (۳) نمایش گزاره «هر عدد فرد عددی اول است» است.
گزینه (۴) نمایش گزاره «عدد اول وجود دارد که اول است» است.

گزینه ۷۴ - ۲

گزینه (۱) نمایش گزاره «برای هر عدد حقیقی مانند x ، $x^2=x$ » است.
گزینه (۲) نمایش گزاره «برای هر عدد صحیح مانند x ، $x^3=x$ » است.
گزینه (۳) نمایش گزاره «عدد صحیح مانند x وجود دارد به طوری که $x^2=x$ » است.

گزینه ۷۵ - ۴

گزینه (۱) نمایش گزاره «برای هر عدد حقیقی مانند x ، $x^2=x$ » است.
گزینه (۲) نمایش گزاره «برای هر عدد صحیح مانند x ، $x^3=x$ » است.
گزینه (۳) نمایش گزاره «عدد صحیح مانند x وجود دارد به طوری که $x^2=x$ » است.



۱۷- گزینه ۱ می دانیم $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ در نتیجه طبق قانون دموگان
 $\neg(p \Rightarrow q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv (p) \wedge \neg q \equiv p \wedge \neg q$
 بنابراین

$$\neg(\forall x \in \mathbb{R}: x > 2 \Rightarrow x^2 > 4) \equiv \exists x \in \mathbb{R}: \neg(x > 2 \Rightarrow x^2 > 4)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}: (x > 2) \wedge \neg(x^2 > 4) \equiv \exists x \in \mathbb{R}: (x > 2) \wedge (x^2 \leq 4)$$

۱۸- گزینه ۱ توجه کنید که

$$\neg(\exists m, n \in \mathbb{Z}: 4m - 7n = 1) \equiv \forall m, n \in \mathbb{Z}: \neg(4m - 7n = 1)$$

$$\equiv \forall m, n \in \mathbb{Z}: 4m - 7n \neq 1$$

۱۹- گزینه ۱ توجه کنید که

$$\neg(\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R}: x^y \in \mathbb{Z}) \equiv \exists x \in \mathbb{R} \neg(\exists y \in \mathbb{R}: x^y \in \mathbb{Z})$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}: \neg(x^y \in \mathbb{Z}) \equiv \exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}: x^y \notin \mathbb{Z}$$

۱۰۰- گزینه ۴ اندازه قد علی، احمد، روزبه، داوود و حامد را به ترتیب با a, b, r, d, h نشان می دهیم.

$$\begin{cases} d < r \\ \Rightarrow a < d < r \\ a < d \Rightarrow \text{داوود از علی بلندتر است} \end{cases}$$

چون حداقل دو نفر از علی کوتاه تر هستند و در ضمن داوود و روزبه از علی بلندتر هستند، نتیجه می گیریم احمد و حامد از علی کوتاه ترند، پس $h < a$ و $b < a$ طبق فرض حداقل یک نفر کوتاه تر از احمد وجود دارد. چون $b < a < d < r$ پس تنها گزینه برای کسی که از احمد کوتاه تر است حامد است. بنابراین $h < b < a < d < r$. نتیجه می گیریم در بین ۴ گزاره داده شده فقط گزاره گزینه (۴) نادرست است.

۱۰۱- گزینه ۴ می دانیم $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ بنابراین طبق قانون دموگان
 $\neg(p \Rightarrow q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv (p) \wedge \neg q \equiv p \wedge \neg q$

۱۰۲- گزینه ۱ گزاره سوریه « $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y - x = 6$ » درست است.

زیرا اگر x عددی طبیعی باشد، $y = x + 6$ نیز عددی طبیعی است و $y - x = 6$ توجه کنید که اگر $P(x, y)$ هر یک از گزاره‌های گزینه‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) باشد، گزاره سوریه مورد نظر نادرست خواهد بود. مثلاً در مورد گزینه (۲)، اگر $x = 6$ ، هیچ عدد طبیعی y وجود ندارد به طوری که $x - y = 6$. در مورد گزینه (۳) اگر $x = 6$ ، باز هیچ عدد طبیعی y وجود ندارد به طوری که $x + y = 6$ و در مورد گزینه (۴)، اگر $x = 5$ ، هیچ عدد طبیعی y وجود ندارد به طوری که $xy = 6$.

۱۰۳- گزینه ۲ می توان نوشت

$$\neg(\neg p \vee \neg q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \neg(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$\equiv p \wedge (q \vee r)$$

۱۰۴- گزینه ۱ توجه کنید که به ازای هر عدد حقیقی مانند x ،

$$x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 > 0 \Rightarrow x^2 + 2 > 2x$$

بنابراین ارزش گزاره سوریه گزینه (۱) درست است. نادرست بودن بقیه گزینه‌ها را

نیز نشان می دهیم. معادله $\frac{x-1}{x} = x$ در مجموعه اعداد حقیقی جواب ندارد، زیرا

$$\frac{x-1}{x} = x \Rightarrow x-1 = x^2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$$

اما در عبارت درجه دو « $x^2 - x + 1$ »، $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ ، پس معادله

$x^2 - x + 1 = 0$ در مجموعه اعداد حقیقی جواب ندارد. می دانیم به ازای هر

$x > 0$ ، $x + \frac{1}{x} \geq 2$ و به ازای هر $x < 0$ ، $x + \frac{1}{x} \leq -2$. همچنین به ازای

$x = 0$ عبارت $x + \frac{1}{x}$ بی معنی است. بنابراین نابرابری $|x + \frac{1}{x}| < 2$ به ازای

هیچ مقدار حقیقی از x برقرار نیست. در پایان توجه کنید تساوی $\frac{x^2-4}{x-2} = x+2$

به ازای $x = 2$ برقرار نیست.

۸۹- گزینه ۱ چون هیچ عدد حقیقی در معادله $x^2 + 1 = 0$ صدق نمی کند، پس گزاره p نادرست است و چون عددی حقیقی وجود دارد که در

معادله $x^2 + 1 = 0$ صدق نمی کند، مثلاً $x = 2$ ، پس گزاره q نیز نادرست است، پس گزاره $p \Rightarrow q$ به انتزاعی مقدم درست است و سه گزاره دیگر نادرست اند.

۹۰- گزینه ۲ گزینه (۱) درست نیست، زیرا مثلاً به ازای $x = -1$ هیچ عدد حقیقی y در معادله $x = y^2$ صدق نمی کند.

گزینه (۲) درست نیست، زیرا می دانیم به ازای هر دو عدد حقیقی x و y ، $x + y = y + x$.

گزینه (۳) درست است، زیرا برای هر عدد حقیقی مانند x ، به ازای $y = 0$ ، $xy = y$.

گزینه (۴) درست نیست، زیرا برای هر عدد حقیقی مانند x ، به ازای $y = 0$ ، $xy = y$ (در واقع گزاره گزینه (۴) نقیض گزاره گزینه (۳) است).

۹۱- گزینه ۲ گزینه (۱) درست نیست، زیرا برای هر عدد صحیح m عدد صحیح n ، مثلاً $n = -m + 1$ وجود دارد به طوری که $m + n \neq 0$.

گزینه (۲) درست است، زیرا برای هر عدد صحیح m عدد صحیح $n = -m$ در رابطه $m + n = 0$ صدق می کند.

گزینه (۳) درست نیست، زیرا عدد صحیح n وجود ندارد که در هر دو معادله $n^2 = 9$ و $n^2 = 8$ صدق کند.

گزینه (۴) درست نیست، زیرا به ازای عدد صحیح $m = 2$ هیچ عدد صحیح n در رابطه $mn = 1$ صدق نمی کند.

۹۲- گزینه ۳ گزینه (۱) درست است، زیرا برای هر عدد صحیح مانند n ، $n \geq 1$ یا $n \leq 0$.

$$n \geq 1: \begin{cases} n \geq 0 \\ n - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow n(n-1) \geq 0 \Rightarrow n^2 - n \geq 0 \Rightarrow n^2 \geq n$$

$$n \leq 0: \begin{cases} n \leq 0 \\ n - 1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow n(n-1) \geq 0 \Rightarrow n^2 - n \geq 0 \Rightarrow n^2 \geq n$$

پس همواره $n^2 \geq n$.

گزینه (۲) درست است، زیرا برای هر عدد صحیح مانند n ، به ازای $m = n^2 + 1$ رابطه $n^2 < m$ برقرار است.

گزینه (۳) درست نیست، زیرا معادله $m^2 + n^2 = 6$ در مجموعه اعداد صحیح هیچ جوابی ندارد (به سادگی می توان بررسی کرد).

گزینه (۴) درست است، زیرا به ازای $n = 1$ برای هر عدد صحیح m رابطه $mn = m$ برقرار است.

۹۳- گزینه ۴ توجه کنید که

$$\neg(\forall x \in \mathbb{Z}: x \in P) \equiv \exists x \in \mathbb{Z}: \neg(x \in P) \equiv \exists x \in \mathbb{Z}: x \notin P$$

۹۴- گزینه ۲ توجه کنید که

$$\neg(\forall x \in \mathbb{Z}: x = 5k \vee x = 7k) \equiv \exists x \in \mathbb{Z}: \neg(x = 5k \vee x = 7k)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{Z}: \neg(x = 5k) \wedge \neg(x = 7k)$$

(دمورگان)

$$\equiv \exists x \in \mathbb{Z}: x \neq 5k \wedge x \neq 7k$$

۹۵- گزینه ۴ توجه کنید که

$$\neg(\exists x \in \mathbb{R}: x > 0 \wedge x < 5) \equiv \forall x \in \mathbb{R}: \neg(x > 0 \wedge x < 5)$$

$$\equiv \forall x \in \mathbb{R}: \neg(x > 0) \vee \neg(x < 5)$$

(دمورگان)

$$\equiv \forall x \in \mathbb{R}: x \leq 0 \vee x \geq 5$$

۹۶- گزینه ۴ توجه کنید که

$$\neg(\forall x \in \mathbb{R}: (x^2 = x) \wedge (x^3 \neq 2)) \equiv \exists x \in \mathbb{R}: \neg((x^2 = x) \wedge (x^3 \neq 2))$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}: \neg(x^2 = x) \vee \neg(x^3 \neq 2)$$

(دمورگان)

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}: (x^2 \neq x) \vee (x^3 = 2)$$